

Original Research

## Mathematical Modeling into Biology Education: Enhancing Student Learning Outcomes and Professional Development of Educators

Arezoo Hosseini 

Assistant Professor, Department of Mathematics, Farhangian University, Tehran, Iran. math.hosseini@gmail.com

### Abstract

This paper aims to explore effective methods for integrating mathematics and biology through mathematical modeling and its impact on student learning. In this context, the study identifies strategies to enhance student engagement and interaction in the learning process. The study employs a descriptive and analytical approach, utilizing data collected from teachers' experiences and student learning outcomes to the effects of integrating mathematics and biology, as well as the influence of teachers' professional development on student learning. The findings indicate that the use of mathematical modeling as an educational approach can facilitate changes in teaching methods and increase learning opportunities for students. The modeling activities introduced in this paper have been implemented through professional development programs for teachers and incorporated into classroom settings. These activities help students develop analytical and problem-solving skills and enhance their motivation to explore the connections between mathematics and biology. The results of this study emphasize the importance of creating collaborative and interdisciplinary learning environments that utilize innovative educational methods to foster deeper and more effective learning in both domains. Additionally, the paper offers suggestions for improving teacher education and effectively integrating mathematical modeling into curricula. This-article-serves-as-a-guide-for-educators-and-researchers-aiming-to-enhance-the-quality-of-learning-in-the-fields-of-mathematics-and-biology.

### Keywords

Professional development

Mathematics education

Biology education

mathematical modeling

Interdisciplinary teaching

Student engagement

### Article History

Received:  
20 November, 2024

Revised:  
5 December, 2024

Accepted:  
16 December, 2024

Cite this article as (APA): Hosseini, A. (2024). Mathematical Modeling into Biology Education: Enhancing Student Learning Outcomes and Professional Development of Educators. *Innovation in Teaching, Learning and Evaluation*, 1(3), 63-86.

<https://doi.org/10.22034/jitle.2024.489909.1016>

[https://www.jitle.ir/article\\_213044.html](https://www.jitle.ir/article_213044.html)



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-ncnd/4.0/>).

## Extended Abstract

**Introduction:** Integrating mathematics and biology education is becoming increasingly critical in developing a new generation of scientists capable of addressing complex problems in "quantitative biology." Recent curricular reforms emphasize the need to incorporate mathematical principles into biology education to engage students effectively. This research aims to identify effective methods for integrating mathematics and biology to enhance student engagement and learning outcomes.

**Method:** This paper discusses several educational and research methods, focusing on mathematical modeling as a successful approach to changing teaching practices. We describe specific modeling activities designed for teachers, which have been shared through professional development programs and implemented in classrooms. The study involved newly hired mathematics teachers and active educators, allowing us to gather insights into their experiences with integrating mathematical modeling in biology instruction.

**Findings:** 1. Impact of Mathematical Modeling: The implementation of mathematical modeling in biology classes significantly enhances students' understanding of biological concepts and improves their problem-solving skills. It encourages students to explore the connections between mathematics and biology actively.

2. Professional Development for Teachers: Engaging teachers in research experiences related to mathematical modeling can transform their teaching methodologies. This professional development fosters their ability to design interdisciplinary lessons that better facilitate student learning.

3. Collaborative Learning Environments: The study emphasizes the importance of creating collaborative learning environments where students can work together to tackle real-world problems. Such environments allow for meaningful interactions between teachers and students and promote a deeper understanding of both subjects.

4. Challenges and Best Practices: The research identifies various challenges in integrating mathematics and biology, including curriculum coherence, resource availability, and teacher preparedness. Best practices include continuous professional development, providing teachers with tools and strategies to implement interdisciplinary teaching effectively, and creating a support network among educators.

**Discussion and Conclusion:** This paper highlights the necessity of an interdisciplinary approach to education, particularly in integrating mathematics and biology. The findings suggest that effective professional development for teachers and the incorporation of mathematical modeling in curricula can

significantly enhance student learning experiences. The insights gained from this study provide valuable guidelines for educators and researchers aiming to improve the quality of education in these critical fields. Future research should continue to explore innovative strategies for sustaining and expanding the integration of mathematics and biology education.

**Keywords:** Professional development, mathematics education, biology education, mathematical modeling, interdisciplinary teaching, student engagement.

**Declaration of conflict of interest:**

---

**Funding:** No funds, grants, or other support was received. The author has no financial or proprietary interests in any material discussed in this article.

**Conflict of interest/Competing interests:** The author declares that they have no conflict of interest.

**Ethics approval:** This article has not been submitted or presented anywhere. Consent for publication: All authors agree to publish this article.

**Availability of data and materials:** Data sharing does not apply to this article as no datasets were generated or analyzed during the current study.


**Code availability:** Code sharing does not apply to this article as no software application or custom code was used for this research.

**Authors' contributions:** All authors contributed to the research for and writing of this paper.

---

مقاله پژوهشی

## توسعه حرفه‌ای معلمان در آموزش تلفیقی زیست‌شناسی و ریاضی مبتنی بر مدل‌سازی و تاثیر آن بر یادگیری دانش‌آموزان

آرزو حسینی 

استادیار، گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان استان تهران، a.hosseini@cfu.ac.ir

### چکیده

**هدف:** در این مقاله، به بررسی روش‌های مؤثر تلفیق ریاضیات و زیست‌شناسی از طریق مدل‌سازی ریاضی و تاثیر آن بر یادگیری دانش‌آموزان می‌پردازیم. در این راستا، به شناسایی مدل‌هایی پرداخته می‌شود که می‌توانند به بهبود تعامل و درگیری دانش‌آموزان در فرآیند یادگیری کمک کند. **روش مطالعه:** از نوع توصیفی و تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده از تجربیات معلمان و نتایج یادگیری دانش‌آموزان است تا تاثیر ادغام ریاضیات و زیست‌شناسی و همچنین تاثیر توسعه حرفه‌ای معلمان بر یادگیری دانش‌آموزان بررسی شود. یافته‌ها: نشان می‌دهند که استفاده از مدل‌سازی ریاضی به‌عنوان یک رویکرد آموزشی می‌تواند به تغییر روش‌های تدریس معلمان و افزایش فرصت‌های یادگیری برای دانش‌آموزان کمک کند. فعالیت‌های مدل‌سازی معرفی شده در این مقاله، از طریق برنامه‌های توسعه‌ای معلمان به‌کار گرفته شده و در کلاس‌های درس ادغام شده‌اند. این فعالیت‌ها نه تنها به توسعه مهارت‌های تحلیلی و حل مسئله در دانش‌آموزان کمک می‌کنند بلکه انگیزه آن را برای کاوش در ارتباطات بین ریاضیات و زیست‌شناسی افزایش می‌دهد. **نتایج:** این مطالعه تأکید بر اهمیت ایجاد محیط‌های یادگیری مشارکتی و میان‌رشته‌ای دارد که با استفاده از روش‌های نوین آموزشی، به یادگیری عمیق‌تر و مؤثرتر در هر دو حوزه کمک کرده است. همچنین، پیشنهادهایی برای بهبود آموزش معلمان و تلفیق مؤثر مدل‌سازی ریاضی در برنامه‌های درسی ارائه می‌شود.

### واژگان کلیدی

توسعه حرفه‌ای  
ریاضیات زیست‌شناسی  
مدل‌سازی ریاضی در زیست‌شناسی  
معلمان ریاضی  
میان‌رشته‌ای

### تاریخچه مقاله

دریافت:  
۳۰ آبان ۱۴۰۳  
بازنگری:  
۱۵ آذر ۱۴۰۳  
پذیرش:  
۲۶ آذر ۱۴۰۳

استناد به این مقاله (APA): حسینی، آرزو (۱۴۰۳). توسعه حرفه‌ای معلمان در آموزش تلفیقی زیست‌شناسی و ریاضی مبتنی بر مدل‌سازی و تاثیر آن بر یادگیری دانش‌آموزان. نوآوری

<https://doi.org/10.22034/jitle.2024.489909.1016>

[https://www.jitle.ir/article\\_213044.html](https://www.jitle.ir/article_213044.html) (۳/۸۶-۶۳)



This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-ncnd/4.0/>).

## مقدمه

در سال های اخیر، تلاش های متعددی برای بازبینی مجدد برنامه درسی دوره کارشناسی آموزش زیست شناسی صورت گرفته است تا فرصت هایی برای ادغام ریاضیات و زیست شناسی برای درگیر کردن نسل آینده در «زیست شناسی کمی» ایجاد شود (تغییر سرفصل ۱۴۰۰ (Bazoobandi et al., 2023)). امید این بود که این نسل جدید زیست شناسان از مدل های ریاضی و رویکردهای محاسباتی برای چارچوب بندی فرضیه ها، طراحی آزمایش ها و تجزیه و تحلیل نتایج استفاده کنند (Robeva & Laubenbacher, 2009). نظریه های متعددی وجود دارد که ماهیت ریاضیات در عمل علمی و نقش آن در آموزش علوم را مورد بحث قرار می دهد (Svoboda & Passmore, 2013). واضح است که برای ایجاد ارتباط رسمی بین ریاضیات و علوم، صرفاً افزودن برخی مطالب ریاضی به برنامه درسی علوم یا بالعکس کافی نیست. برای مثال، نیاز به ادغام ریاضیات در توسعه مفاهیم زیست شناسی می تواند ناشی از رویکردهای میان رشته ای (Farrior et al., 2008) یا از طریق نیاز به جمع آوری، مدیریت، تفسیر و تجسم داده ها باشد (Reed, 2018; Rossi et al., 2004). در گزارش بنیاد ملی علوم، محققان در زمینه های مختلف ریاضی و زیست شناسی کاربردهای آن را جمع آوری کردند و چالش ها و اولویتهای تحقیقاتی نوظهور در زیست شناسی ریاضی را در پاسخ به ایده تحقیقاتی بزرگ «درک قوانین زندگی» تعریف کردند (Dawes et al., 2020).

در حالی که تلاش های مستمری برای ارتقای برنامه درسی در سطح کارشناسی انجام شده است، تلاش هایی نیز برای مشارکت دانش آموزان در دوره متوسطه اول و دوم در ادغام ریاضیات و زیست شناسی از طریق برنامه هایی درسی و کتب درسی جدید صورت گرفته است. آماده سازی معلمان با ارتباط بین زیست شناسی و ریاضیات در کلاس درس توسط سرجو<sup>۱</sup>، ۲۰۱۰ (Sorgo, 2010) و چیپیل و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۰ (Chiel et al., 2010) انجام پذیرفته است که همکاری با معلمان می تواند شامل انواع مختلفی از فعالیت ها باشد.

تدریس، در معنای مجموعه اقدامات معلم به منظور ایجاد یادگیری در یادگیرندگان است (Mehr mohammadi & Lotfali, 2001). تدریس عبارت است از مجموعه فعالیت هایی که توسط معلم و به منظور تسهیل یا هدایت یادگیری در یادگیرندگان به انجام می رسد. امروزه با پیشرفت جوامع بشری و رشد روزافزون علم و تکنولوژی، تغییری شگرف در سبک زندگی و نیازهای انسان ایجاد شده است (Farrokhi & Akbarpour, 2020).

این مطالعه با مشارکت معلمان جدید الاستخدام که از ۵۴ دانشجو معلم ریاضی ورودی ۹۹ که در مهر ۱۴۰۲ وارد مدارس شده اند که مناطق خدمت آنها در نقاط متفاوت ایران است و سال آخر درس کارورزی ۳ و ۴ داشته اند و همچنین ۵ نفر از معلمین فعال منطقه ۶ آموزش و پرورش تهران در این تجربه پژوهشی کمک گرفته شده است. این دانشجو معلم می توانند به دانش آموزان دبیرستانی خود توصیه های خوبی بدهند، زیرا در طول دوره کارشناسی در برنامه های دانشگاهی خود، چنین تجربیاتی را در کلاس های کارورزی و سایر دروس به آنها گفته می شود. آنها همچنین می توانند شیوه های آموزشی خود را در آموزش و یادگیری ریاضیات با روش های به روز تغییر دهند که باعث ایجاد انگیزه در کلاس درس می شود (Seshaiyer & Kappmeyer, 2016). در این دوره پیش رو تلاش می کنیم که بر ریاضیات زیستی تاکید داشته باشیم که بر توان آموزش دروس ریاضی با رویکرد مدل سازی ریاضی زیستی برای دانش آموزان نظارت لازم در دروس کارورزی امکان پذیر می باشد.

برای توسعه حرفه ای معلمان آینده و فعلی رویکردهای متفاوتی وجود دارد از آن جمله روش کوکران-اسمیت<sup>۳</sup> که بنابر گفتمان علمی کوالچوک و همکارانش (۲۰۲۴)، روش کوکران-اسمیت از میان مدل های مؤثر رشد حرفه ای معلمان، محققان این موارد را متمایز کرده است: مفاهیم تدریس و توسعه توانایی های حرفه ای معلمان مبتنی بر دانش (Kovalchuk et al., 2024) (دانش برای عمل، دانش در عمل، دانش شخصی) یعنی الف) دانش برای عمل - دانش رسمی که توسط محققان خارج از مدرسه به دست می آید (به عنوان مثال، نظریه های جدید تدریس، یادگیری و ارزیابی، تحقیق و برنامه های مبتنی بر آن)، ب) دانش در عمل - دانش عملی که معلمان از طریق تحقیقات سیستماتیک خود جمع آوری می کنند و اثربخشی فعالیت های آموزشی آنها را بهبود

<sup>1</sup> Sorgo

<sup>2</sup> Chiel & et al

<sup>3</sup> M. Cochran-Smith

می‌بخشد. ج) دانش شخصی - دانشی که از طریق تأمل در فعالیت‌های خود به دست می‌آورند (Cochran-Smith & Lytle, 2001). مدل‌های توسعه حرفه‌ای برای مربیان (مدل آموزشی، مدل جایزه‌برنده، مدل مبتنی بر استانداردها، مدل مربیگری/مربی، مدل جامعه عمل، مدل اقدام پژوهی، مدل تحول‌آفرین، مدل‌های انسان محور. مدل‌های علمی کاربردی، صنایع دستی، انعکاسی، مدل کارآموز-کارشناس، مدل خردگرا) باعث شایستگی و شناخت حرفه‌ای می‌گردد.

کوالچوک و همکاران یک مدل اصلی از توسعه حرفه‌ای را پیشنهاد می‌کند که شامل شش مرحله است: تجزیه و تحلیل چالش‌های معاصر، آموزش حرفه‌ای بر اساس نیازهای معلمان، ایجاد یک طرح توسعه فردی، ادغام فناوری‌های نوآورانه در فعالیت‌های حرفه‌ای، خود ارزیابی (Kovalchuk et al., 2024). مایز و همکاران نیز در سال ۲۰۲۰ سعی کردند، بررسی کنند که چه تغییراتی در روش تدریس سنتی زیست‌شناسی برای درک بهتر آن برای دانش‌آموزان مدرسه داشته باشند از پیشنهادهای آنان افزودن روش‌های کمی بوده است (Mayes et al., 2020)، که می‌توان آن را با کمک مدل‌سازی انجام داد.

بنابر پژوهش‌های جدید بر توسعه فردی نوآورانه تاکید شده است (Kovalchuk et al., 2024; Mayes et al., 2020) در همین راستا هدف این مقاله استفاده از دانش در عمل مبتنی بر مدل‌سازی (مدل‌های علمی کاربردی) است، ما برخی از ایده‌هایی را در مورد شروع آموزش در مدل‌سازی ریاضی پایه به معلمان جدید الورد و معلمان داوطلب ارائه می‌کنیم تا شیوه‌های آموزشی آنها را تقویت کند و پیشنهادهای در مورد پروژه‌ها و همچنین مفاهیم بین‌رشته‌ای برای دانشجو معلمان و داوطلبین ارائه می‌کنیم. چنین آموزشی ممکن است در کارگاه‌های توسعه حرفه‌ای تابستانی برای معلمان و اردوهای تابستانی یا گاهی از طریق پروژه غنی‌سازی ریاضی بعد از مدرسه برای معلمان و دانش‌آموزان اتفاق بیفتد. که شامل برخی ایده‌ها برای تقویت شیوه‌های آموزشی در حین آموزش ریاضیات و زیست‌شناسی به روشی یکپارچه تبدیل گردد. تلاش بر این است که با انجام این فعالیت‌ها بتوانیم به سوالات پژوهشی زیر پاسخ دهیم:

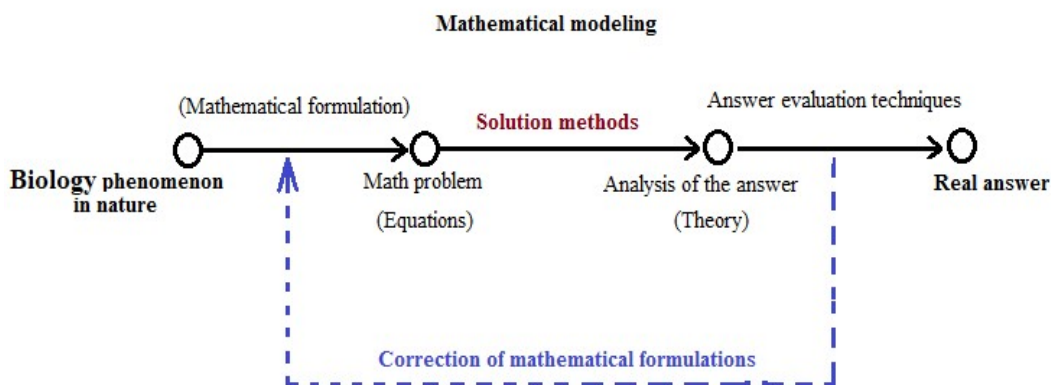
- چگونه می‌توان راهبردهای آموزشی مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی را به طور موثر در برنامه درسی زیست‌شناسی متوسطه و کارشناسی ادغام کرد تا تعامل و یادگیری دانش‌آموزان را افزایش دهد؟
- چالش‌ها و بهترین شیوه‌ها در توسعه محیط‌های یادگیری مشارکتی (افزودن زیست‌شناسی کمی) برای ادغام ریاضیات و زیست‌شناسی چیست؟
- چگونه می‌توان توسعه حرفه‌ای معلمان ضمن خدمت و پیش از خدمت را برای حمایت از ادغام مدل‌سازی ریاضی در آموزش زیست‌شناسی طراحی کرد؟

## ادبیات پژوهش

در طول سال‌های اخیر، مدل‌سازی ریاضی با انتشار استانداردهای مشترک اصلی در ریاضیات (CCSSM)<sup>1</sup> برای تمرین ریاضی مورد توجه محققان و مربیان قرار گرفته است که از نیاز به توسعه مهارت ریاضی برای دانش‌آموزان را حمایت می‌کند در این استانداردها برای علوم زیستی در نه صفحه استانداردهای محتوایی سه بار به مدل‌های ریاضی اشاره می‌کند (Mayes et al., 2020). حل مسئله ذاتاً فرآیندی خلاقانه است که با آموزش از طریق اجرای فعالیت‌های تحقیق و اکتشاف، به دانش‌آموز اجازه می‌دهد تا دانش خود را ایجاد کند، آن را بازنگری کند و آن را به سیستم‌های گسترده‌تری پیوند دهد. هدف از این تحقیق توصیف و تحلیل فرآیند حل مسائل ریاضیات زیستی از طریق فعالیت‌های مدل‌سازی بود که در طول فرآیند حل آنها انجام می‌شود (Nikolić & Antonijević, 2024). فرودنتال پایه گذر تفکر حل مسائل با روش‌های کاربردی در آموزش بیان می‌کند: باید ریاضیاتی را که می‌دانند برای حل مسائلی که در زندگی روزمره، جامعه و محیط کار به وجود می‌آیند به کار گیرند. این آمادگی دانش‌آموزان در فرآیند مدل‌سازی در تمام سطوح از ابتدایی تا مقطع کارشناسی مشابه است (FREUDENTHAL, 1980). از پایه گذاران مدل‌سازی بری (Berry, 1996) بوده است که بلوم آن را بنابر سطوح یادگیری بهبود بخشیده، به طور خاص، مدل‌سازی ریاضی یک فرآیند حل مسئله تکراری است که با یک فرآیند مشاهده شروع می‌شود که منجر به کمک به طرح مسائل باز از یک زمینه دنیای واقعی (مشاهده)، ایجاد مفروضاتی که از نظر فیزیکی و زیستی معنادار هستند و شناسایی محدودیت‌ها و متغیرهای مرتبط می‌شود (نظریه پردازی).

<sup>1</sup> Common Core State Standards for Mathematics

ساخت فرمول ریاضی که روابط را توصیف می کند (فرمول بندی)، تجزیه و تحلیل و تفسیر راه حل ریاضی (تجزیه و تحلیل)؛ انجام محاسبات عددی (شبیه سازی)؛ اعتبارسنجی این راه حل ها در برابر مدل های شناخته شده (در صورت لزوم) (تأیید اعتبار) و در نهایت، با استفاده از آنچه ایجاد شده است برای پیش بینی (پیش بینی) و ارزیابی نزدیکی مدل مشاهده را پیش بینی می کند، چرخه مدل سازی (Abassian et al., 2020; Berry, 1996) را تکمیل می کند. این چرخه در شکل ۱ نشان داده شده است. این روش متداول ترین روش مدل سازی است (Boada et al., 2024; Dawes et al., 2020; Hendrick & Tilbury, 2024; Parhizgar et al., 2020)



شکل ۱. چرخه اساسی مدل سازی ریاضی در زیست شناسی

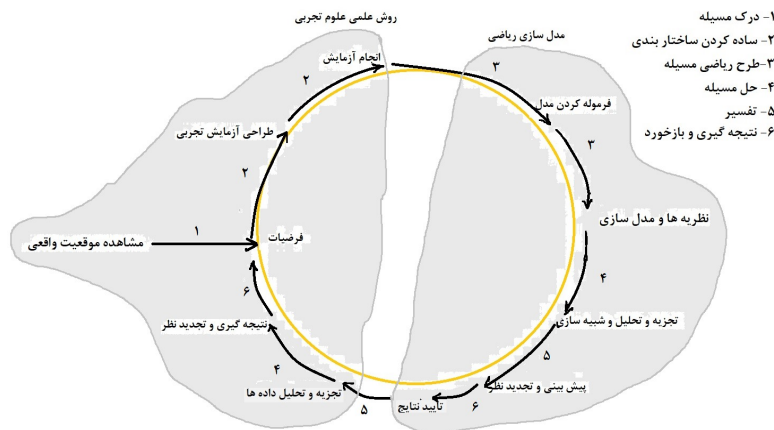
چرخه های مدل سازی توسط عباسیان و همکاران در سال ۲۰۲۰ معرفی شده است، چرخه مطرح شده از طرف نویسندگان برای میان رشته ای زیست شناسی مناسب است (Abassian et al., 2020) که ارتباط چرخه مدل سازی ریاضی با روش علمی، که در شکل ۲ موسوم به چرخه بلوم<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) (Blum & Leiss, 2007)، بیان شده، می تواند ارزشمند برای میان رشته ای باشد. اول با انجام یک مشاهده شروع می شود، این منجر به طرح یک سوال و تشکیل یک فرضیه می شود.

جدول ۱ مقایسه چرخه مدل سازی ریاضی و روش علمی علوم تجربی

روش علمی علوم تجربی	مدل سازی ریاضی
مشاهده	مشاهده
فرضیات	نظریه ها
طراحی آزمایش تجربی	فرموله کردن مدل
انجام آزمایش	تجزیه و تحلیل و شبیه سازی
تجزیه و تحلیل داده ها	تأیید نتایج
نتیجه گیری و تجدید نظر	پیش بینی و تجدید نظر

برای بررسی این فرضیه، باید آزمایشی را طراحی و اجرا کرد که نتایجی در قالب داده به دست آورد. سپس این داده ها مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرند و نتیجه گیری مناسب می شود. در صورت نیاز، این فرضیه تجدید نظر می شود. از زنجیره ای در شکل های ۱ و ۲ می توان مقایسه هایی بین چرخه مدل سازی ریاضی و روش علمی انجام داد که در جدول ۱ نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Blum



شکل ۲. مقایسه چرخه مدل سازی ریاضی و روش علمی به صورت تجربی بر اساس نظریه بلوم

برای تجزیه و تحلیل داده‌ها نیاز به آمار داریم به همین دلیل استفاده از آمار در زیست‌شناسی بسیار گسترده‌تر یافته است. بسته-های آماری قدرتمند، صفحات گسترده و بسیاری از ابزارهای وب به راحتی برای محاسبه آمار در دسترس هستند. همچنین، ماشین‌حساب‌های بسیار ارزان دارای توابع آماری دو متغیره برای میانگین، واریانس، انحراف معیار، رگرسیون و همبستگی لحظه‌ای محصول پیرسون هستند. همانطور که گلدشتاین<sup>۱</sup> (۲۰۰۷) (Goldstein, 2007) و بران و همکاران (۲۰۲۴) (Brown et al., 2024) می‌گویند، «توسعه‌ها در فناوری اطلاعات، توانایی تعاملی برای استفاده از آمار، گرافیکی و محاسباتی را متحول کرده است، به طوری که مجموعه داده‌های بسیار بزرگ، پیچیده و در نتیجه ذاتاً جالب را می‌توان در برنامه درسی مدیریت کرد». بنابراین، تمرکز کلاس درس ما دیگر بر روی محاسبات آماری نیست، بلکه بر روی توسعه قضاوت آماری است. قبل از شروع جمع‌آوری داده‌ها، می‌خواهیم دانش‌آموزان بپرسند، «از چه آزمونی باید استفاده کنم؟» پس از جمع‌آوری داده‌ها، می‌خواهیم دانش‌آموزان الگوهایی را در داده‌ها مشاهده کنند و بپرسند: «چگونه می‌توانم درست بودن این الگو را آزمایش کنم؟» ما می‌خواهیم دانش‌آموزان مدل‌های دقیق را توسعه دهند و بپرسند: «آیا حجم نمونه من از این آزمایش به اندازه‌ای بزرگ است که فرضیه جدید من را آزمایش کند؟» برای این میزان فعالیت دانش‌آموز نیاز به محیط‌های یادگیری مشارکتی است.

بنابراین، محیط‌های یادگیری مشارکتی می‌توانند بستر مناسبی برای بروز احساسات مثبت در دانش‌آموزان باشند که پرسش و پاسخ به راحتی بین معلم و شاگرد انجام پذیرد (Parhizgar & Liljedahl, 2019). مطالعات گذشته (Parhizgar et al., 2017; Schukajlow et al., 2012) در خصوص محیط‌های آموزشی دانش‌آموز محور نیز بر تأثیر چنین محیط‌هایی تأکید ویژه داشته‌اند. به ویژه لئو و لیلیدا<sup>۲</sup> (۲۰۱۹) (Liu & Liljedahl, 2019)، رفتارهای مدل‌سازی دو دانش‌آموز را در یک کلاس حل مسئله مدل‌سازی بررسی کردند. دانش‌آموزان برای حل یک تکلیف خاص مدل‌سازی به گروه‌های دو تا چهار نفره به صورت تصادفی تقسیم شده بودند. نتایج مطالعه نشان داد این دو دانش‌آموز با همکاری هم یا از طریق اقدامات خودمختاری که برای به چالش کشیدن هم‌کلاسی‌هایشان انجام می‌دادند و یا با کمک معلم، به تعدیل بین چالش‌ها و مهارت‌هایشان می‌پرداختند و این یکی از شرایط تجربه شوق در حین حل یک تکلیف است. ایجاد چالش‌های مناسب و ارائه فرصت‌هایی به منظور ارتقای مهارت (برای مثال ارائه بازخورد سریع و آموزش تدریجی مهارت‌های پیچیده‌تر بر اساس مهارت‌های قبلاً آموخته شده (Parhizgar et al., 2020)) می‌تواند به‌عنوان رویکردی آموزشی برای درگیر کردن و جذب دانش‌آموزان مؤثر باشد (Schukajlow et al., 2012).

<sup>1</sup> Goldstein

<sup>2</sup> Liu, M., & Liljedahl, P.

### طراحی فعالیت برای معرفی مدل سازی ریاضی در زیست شناسی به معلمان

گسترش دیدگاه معلمان در مورد درک آنها از مدل سازی و کمک به آنها در توسعه مدل های اولیه ساده در اولین گام مهم است. در مرحله بعد، دو نمونه از فعالیت ها را برای ایجاد انگیزه در ارتباط مدل سازی ریاضی با تنوع زیستی و مدل سازی گسسته از بوم شناسی ارائه می کنیم. ما از یک رویکرد یادگیری مبتنی بر مسئله استفاده می کنیم که در آن چنین فعالیت هایی منجر به نتایجی می شوند که اغلب شامل درک عمیق تر دانش آموزان با ساختن نظریه است (Kovalchuk et al., 2024). هر یک از فعالیت های ارائه شده توسط یک تحقیق در مورد یک مشکل دنیای واقعی هدایت می شود. در این راستا تلاش شده است که بررسی کنیم که چگونه می توان به معلمین داوطلب و جدیدالورود روش های ادغام ریاضی و زیست شناسی را آموزش داد که باعث توسعه حرفه ای خود گردند.

در این کنکاش "چگونه می توانم مطمئن باشم که بدشانسی تصادفی باعث رد یک فرضیه معتبر یا حمایت از یک فرضیه نادرست نشده است؟" کلیفورد کونولد و همکارانش ابزارهای آماری مختلفی را بر اساس اصول یادگیری ساخت گرایانه توسعه دادند که به شدت تحت تأثیر این باور ما بود که بهترین راه برای ایجاد انگیزه در دانش آموزان برای یادگیری و استفاده از تکنیک های آماری، کاوش در موضوعات مورد توجه است.

### الف) ایجاد انگیزه در تنوع زیستی از طریق مدل سازی ریاضی

برای گسترش دیدگاه معلمان، برخی از ویژگی هایی را در نظر بگیرید که به نمایش مفهوم مورد نظر کمک می کند. ما یک مثال خاص شامل مفهوم اساسی تنوع زیستی ارائه می کنیم و گام هایی را پیشنهاد می کنیم تا معلمان (دانشجو معلمان) را به ایجاد مدلی برای ارائه تنوع زیستی با استفاده از داده های نمونه و شاخص تنوع زیستی سیمپسون سوق دهند (Simpson, 1949). این تمرین با بحث در مورد ویژگی های تنوع زیستی، از جمله غنای گونه ای و یکنواختی معرفی خواهد شد (Duncan et al., 2014). غنا با تعداد گونه های منحصر به فرد در یک منطقه مشخص نشان داده می شود و معمولاً محاسبه می شود. با استفاده از مجموعه ای از داده ها یکنواختی توزیع افراد در میان گونه های مختلف توصیف می کند. حداکثر یکنواختی زمانی خواهد بود که تعداد افراد در بین همه گونه های مختلف در یک نمونه یکسان باشد.

برای شروع با داده های گویا از حشرات از یک نمونه «مرتع» و یک نمونه «چوب»، می توان از معلمان یا دانش آموزان خواست که فرضیه ای در مورد اینکه کدام نمونه نشان دهنده تنوع زیستی بالاتری است، ارائه دهند و این بحث را می توان به روش علمی مرتبط کرد. شاخص سیمپسون یک احتمال را نشان می دهد که در سؤال زیر نشان داده می شود:

سوال اگر فردی به طور تصادفی از یک نمونه بدون جایگزینی، موجودی را انتخاب کند و سپس موجود دیگری را به طور تصادفی از همان نمونه انتخاب کند، احتمال اینکه این دو موجود از گونه های مختلف باشند چقدر است؟  
مراحل زیر می تواند معلمان را به ایجاد فرمول این شاخص هدایت کند.

۱. فرض کنید شما یک نمونه با ۱۰ زنبور عسل و ۵۰ سوسک خالدار دارید. شما یک حشره را انتخاب می کنید و سپس حشره دیگری را بدون جایگزینی حشره اول انتخاب می کنید. احتمال اینکه حشرات انتخاب شده هر دو زنبور عسل باشند چقدر است؟  
۲. در نمونه ما، با ۱۰ زنبور عسل و ۵۰ سوسک خالدار، احتمال اینکه حشرات انتخاب شده هر دو سوسک خالدار باشند چقدر است؟

۳. باز هم با ۱۰ زنبور عسل و ۵۰ سوسک خالدار، احتمال اینکه دو حشره انتخاب شده از گونه های مختلف باشند چقدر است؟  
۴. فرض کنید  $n_1$  موجود از گونه ۱ و  $n_2$  موجود از گونه ۲ (متفاوت با گونه ۱) داریم. شما به طور تصادفی یک موجود را انتخاب می کنید و سپس به طور تصادفی موجود دیگری را بدون جایگزینی موجود انتخاب شده اول انتخاب می کنید. احتمال اینکه دو موجود انتخاب شده از گونه های مختلف باشند چقدر است؟

۵. برای داده های بزرگ با بیش از ۲ گونه، مدلی بسازید که تنوع زیستی را برحسب مجموع داده های خود نشان دهد. معلمان هدایت می شوند تا این فرمول را برای شاخص تنوع زیستی سیمپسون استخراج کنند.

$$D = 1 - \frac{\sum_{i=1}^S n_i(n_i - 1)}{N(N - 1)}$$

با  $N$  تعداد کل افراد در نمونه،  $S$  تعداد کل گونه ها و  $n_i$  تعداد افراد در گونه  $i$  است. این نمونه های زیست ریاضی برای دانشجوی معلمان جدیدالورود به معلمی در کلاس های کارورزی مطرح شده و حل گردیده است تا آنها در کلاس های درس دانش آموزان تجربی دوره متوسطه بیان کنند.

از طرف دیگر، می توان به دانش آموزان یا معلمان مجموعه ای از «گونه های» خود را در یک نمونه داد، مانند مجموعه ای از حشرات پلاستیکی که چندین گونه را نشان می دهند. همچنین می توان داده های مناسبی را برای استفاده برای این محاسبه ارائه داد. از شرکت کنندگان خواسته می شود که شاخص را برای داده های خود محاسبه کنند. باید تاکید کرد که مقدار شاخص احتمالی بین ۰ و ۱ است. معلمان و دانش آموزان باید بدانند که مقداری مانند  $D = 0.9$  نشان دهنده تنوع زیستی "بالا" است، به این معنی که با احتمال ۹۰٪، دو موجود به طور تصادفی انتخاب شده اند. برای گونه های مختلف این فعالیت را می توان با بررسی تأثیر متقابل با یکنواختی و غنای گونه در این شاخص گسترش داد.

سوال آیا می توان با داشتن سطح بالا فقط در یکی از دو ویژگی (غنا یا یکنواختی) مقدار شاخص  $D$  بالا را بدست آورد؟ ما این تمرین را با استفاده از مفهوم محدودیت ها، دانکن و همکاران (۲۰۱۴) (Duncan et al., 2014)، نشان می دهیم. اما می توان فقط با اعداد بالا در فرمول شروع کرد (مانند  $n_i = 100$  برای هر  $i$  و  $S = 10$ ) و سطح مربوط به  $D$  را می توان مشاهده کرد.

فرض کنید که داده های یک نمونه جمع آوری شده دارای گونه  $S$  با  $n$  موجود در هر گونه است.  $D$  را به عنوان تابعی از  $S$  و  $n$  پیدا کنید و  $D(S, n)$  را با استفاده از جبر ساده کنید. قبل از ساده سازی، داریم

$$D = 1 - \frac{Sn(n-1)}{Sn(Sn-1)}$$

مقدار بالایی را برای  $S$  به عنوان نشان دهنده غنا در نظر بگیرید. توجه داشته باشید که ما در حال حاضر به دلیل داشتن تعداد یکسان موجودات در هر گونه، حداکثر غنای (به نوعی) را داریم، اما با افزایش  $n$  و  $S$  چه تغییری می کند؟ این دو حد را محاسبه کنید:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} D(S, n) \quad , \quad \lim_{S \rightarrow \infty} D(S, n)$$

توجه داشته باشید که حد  $D$  به صورت  $n \rightarrow \infty$ ، ۱ نیست بلکه

$$1 - \frac{1}{S} = \frac{S-1}{S}$$

و حد  $D$  به عنوان  $S \rightarrow \infty$ ، ۱ است (زمانی که  $n > 1$ ). بنابراین، با افزایش تعداد گونه های  $S$ ، می توانیم اهمیت غنای گونه ای را ببینیم.

این فعالیت در پاییز ۱۴۰۲ در کارگاه آموزشی معلمان جدیدالورود مرکز شهید شرافت و معلمین داوطلب، علاقه زیادی ایجاد کرد. معلمی اشاره کرد که از روش شروع با یک مثال ساده و سپس ساخت فرمول پیچیده تر خوشش می آید. در آموزش همیشه ابتدا فرمول پیچیده را ارائه می داد. همچنین، این گروه از کار با دستکاری های کوچک، مانند حشرات پلاستیکی، برای انجام محاسبات مستقیماً روی «داده های» خود لذت می بردند.

### ب) ایجاد انگیزه در مدل سازی ریاضی گسسته برای مسائل اکولوژی

مدل های زمان گسسته می توانند پویایی های جالبی داشته باشند که می توان آنها را با دانش آموزان دبیرستانی بررسی کرد (Bodine et al., 2014). معلمان دبیرستان می توانند از این مدل ها در ریاضی ۱ و ۲ استفاده کنند. با تکیه بر دانش دانش آموزان شان در مورد توالی ها، می توان به مدلهایی از کمیت هایی که در طول زمان تغییر می کنند بسط داد. به عنوان مثال، دنباله فیبوناچی،  $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$  که در اصل تولد در یک جمعیت خرگوش با مفروضات خاص، (Kot, 2001)، بیان شده است:

$$x_0 = 1, \quad x_1 = 1$$

و آنگاه برای  $n = 1, 2, \dots$

$$x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$$

توجه داشته باشید که  $x_{n+1}$  تابعی از دو عبارت توالی قبلی است. توجه داشته باشید که دنباله‌های هندسی می‌توانند جمعیت‌هایی را که اغلب در حال تغییر هستند نشان دهند.

گاهی اوقات ممکن است معلمان یا دانش‌آموزان با استفاده از دو نوع علامت گذاری مانند  $x(n)$  یا  $x_n$  اذیت شوند. ممکن است لازم باشد معلمان مفهوم بازگشت را یادآوری کنند. یک جمعیت ساده را در نظر بگیرید و ببینید که ما شروع به معرفی ایده "ترتیب رویدادها" در یک مدل زمان گسسته می‌کنیم، ترتیب رویدادها در مدل‌های گسسته جدید است.

برای مثال: در یک دریاچه، جمعیت ماهی لبه دار هر سال ۱۵ درصد افزایش می‌یابد. ما فرض می‌کنیم ۵۰۰ محصول هر سال پس از رشد برداشت می‌شود. در حال حاضر ۱۸۰۰ ماهی لبه دار در این دریاچه وجود دارد.

معادله اختلاف/بازگشتی برای جمعیت ماهی لبه دار دریاچه بنویسید. بگذارید  $x_n$  تعداد ماهی‌های لبه دار دریاچه در ابتدای سال  $n$  باشد.

$$x_n = x_{n-1} + 0.15x_{n-1} - 500 \rightarrow x_n = 1.15x_{n-1} - 500$$

مشخص کنید که بعد از ۳ سال چند ماهی لبه دار در دریاچه خواهد بود. با گذشت زمان، آیا جمعیت از بین می‌رود، افزایش می‌یابد یا به یک سطح پایدار محدود می‌رسد؟ اگر بخواهیم جمعیت ماهی لبه دارها در ۱۸۰۰ باقی بماند، اجازه می‌دهیم سالانه چند ماهی صید شود؟

در دبیرستان، راه حل‌های کلی برای دنباله‌های هندسی یا حسابی بازگشتی معمولاً ارائه می‌شود:

$$x_n = x_0 a^n, \quad x_n = x_0 + na$$

اما توسعه راه حل کلی برای این رابطه بازگشتی می‌تواند سازنده باشد،

$$x_n = ax_{n-1} + b$$

وقتی  $a \neq 1$  است. می‌توان از مجموع محلول همگن  $Ca^n$  (وقتی  $b = 0$ ) و یک ثابت خاص  $K$  استفاده کرد:

$$x_n = C(a^n) + K.$$

برای اینکه  $K$  معادله بازگشتی را برآورده کند، داریم

$$K = \frac{b}{1-a}.$$

بنابر مقدار اولیه  $x_0$  بدست می‌آید،

$$C = x_0 - \frac{b}{1-a}$$

پس جواب عمومی برابر  $x_n = \left(x_0 - \frac{b}{1-a}\right) a^n + \frac{b}{1-a}$  است.

توجه خود را به ترتیب رویدادها برگردانیم، اگر کسی ۵۰۰ ماهی لبه دار را قبل از رشد برداشت کند، چه اتفاقی می‌افتد؟

$$x_n = 1.15(x_{n-1} - 500)$$

آنچه پس از مدت‌ها برای جمعیت اتفاق می‌افتد، به وضوح به ترتیب رویدادها در مدل ما بستگی دارد. موضوعات جالب زیادی مانند پایداری و نقاط ثابت و حتی بسیاری از نقشه‌های مجزا که منجر به هرج و مرج می‌شود وجود دارد.

برای مشاهده یک مثال جالب‌تر در مورد تغییر ترتیب رویدادها، مدلی با رشد غیرخطی و یک رویداد برداشت با نرخ  $h$   $0 < h < 1$  در نظر بگیرید. با رشد اول (با ضریب ۰.۱۵)، مدل جمعیت به صورت

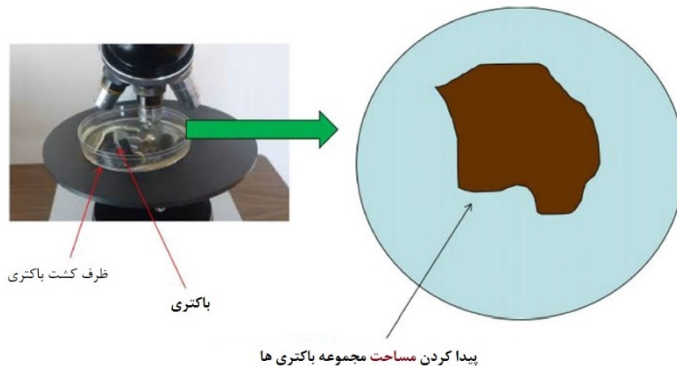
$$x_n = \left[ x_{n-1} + 0.15x_{n-1} \left(1 - \frac{x_{n-1}}{100}\right) \right] (1-h),$$

اما با برداشت اول، معادله بازگشتی خواهد بود

$$x_n = x_{n-1}(1-h) + 0.15[x_{n-1}(1-h)] \left(1 - \frac{x_{n-1}(1-h)}{100}\right),$$

دو مثال فوق زمانی مؤثرتر هستند که شرکت‌کنندگان مجموعه‌ای از دستورالعمل‌ها را دنبال کنند که از طریق فرآیند تحقیق هدایت می‌شوند. رویکرد دیگر یادگیری مبتنی بر پروژه است که بیشتر تحت تفکر باز است. معلمان و دانش‌آموزان ممکن است نیاز

داشته باشند که دامنه را محدود کنند و در مورد یک رویکرد و فرضیات تصمیم بگیرند و سپس شروع به ساختن مدل خود کنند. مثلا وظیفه حفاظت از آب را در نظر بگیرید که توسط چن و ریکاردو کورتز<sup>۱</sup> در سخنرانی در کنفرانس OSM<sup>۲</sup> ۲۰۲۴ و در کنفرانس آموزش ریاضیات کاربردی (Anhalt & Cortez, 2014), (NBT, 2024) ارائه شد.



شکل ۳. سطحی از کلونی باکتری‌ها

سؤال: برخی می گویند که در دوش گرفتن آب کمتری نسبت به وان حمام مصرف می شود. روشی برای تعیین اینکه آیا دوش یا وان حمام آب بیشتری مصرف می کند ارائه دهید و روش خود را توضیح دهید. این فعالیت باعث ایجاد برخی بحث‌های پربار و رویکردهای متنوع در کارگاه های معلمان خواهد شد. سپس می توان معلمان را تشویق کرد که چندین سناریو از این قبیل مدل سازی باز را تدوین کنند و آنها را در کلاس های درس خود امتحان کنند. البته، مدلهایی که به ما در نتیجه‌گیری از داده‌ها کمک می کنند، تنها زیرمجموعه‌ای از مجموعه وسیعی از رویکردهای مدل‌سازی هستند که در گسترش درک ما از زیست‌شناسی ارزشمند هستند. بنابراین، به سادگی، مدل پنج کاربرد عملی را برای مدل‌ها در زیست‌شناسی شناسایی می کند (Abassian et al., 2020; Mu, 2024; Odenbaugh, 2006):

۱. مدل های ساده به زیست شناسان کمک می کند تا سیستم‌های پیچیده را کشف کنند.
۲. از مدل ها می توان برای کشف احتمالات استفاده کرد.
۳. مدل ها می توانند به توسعه چارچوب های مفهومی منجر شوند.
۴. مدل ها می توانند پیش بینی های دقیق انجام دهند.
۵. مدل ها می توانند توضیحاتی را ایجاد کنند.

درست همانطور که با طرح رشد شناختی پری در درک دانش آموزان از آنچه آموزش در تلاش است به دست آورد، طبقه بندی استوارت و همکاران به ما کمک می کند تا تشخیص دهیم که وقتی دانش آموزان می‌توانند مدل بسازند، همچنین می‌توانند توانایی بهبود یافته‌ای برای حل مشکلات در آنها داشته باشند (Mu, 2024). یک متخصص و نه در سطح مبتدی. به طور مشابه، شمارش توسط چندین نویسنده تقسیم بندی شده است تا سواد معادله را در بر گیرد (به ویژه وایستاین<sup>۳</sup> در ۲۰۱۱ مراجعه کنید (Weisstein, 2011))، سواد مکانی و زمانی، و انتزاع. این مسیرها برای کمک به دانش‌آموزان برای توسعه فراتر از مهارت‌های حسابی و الگوریتمی به سمت اکتشافات برای استنتاج، متقاعد کردن همتایان و مقابله با پیچیدگی، ابهام و عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. جولی سوپودا (ارتباط شخصی)، محقق آموزش علوم از دانشگاه کالیفرنیا دیویس، دریافت که دانش‌آموزان احساس بسیار بهتری از معرفت‌شناسی (از کجا می‌دانیم که می‌دانیم) ایجاد می‌کنند و بازده شناختی آن‌ها شامل توانایی انجام یک کار فراتر

<sup>1</sup> Ricardo Cortez

<sup>2</sup> Ocean Sciences Meeting

<sup>3</sup> Weisstein

می‌شود. تجزیه و تحلیل مدل‌های متعدد و در نتیجه آنها توانستند بینش مدل‌سازی خود را به حوزه‌های موضوعی دیگر منتقل کنند (Hendrick & Tilbury, 2024).

### ارتباط کاربردهای عملی علوم در آموزش زیست‌شناسی

در چند سال گذشته، سؤالاتی در مورد اینکه مهارت ریاضی در دنیای امروز برای دانش‌آموزان مقاطع ابتدایی و متوسطه به چه معناست و چه تغییراتی در محتوا و آموزش برای آماده کردن دانش‌آموزان برای مهارت‌های قرن بیست و یکم و استدلال ریاضی باید انجام شود، مطرح شده است (Gravemeijer et al., 2017). توسعه مهارت‌های قرن بیست و یکم (تفکر انتقادی، خلاقیت، همکاری و ارتباط)، درک مفهومی ریاضیات، و توجه به ریاضیاتی که ارتباط عملی در خارج از مدرسه دارد، می‌تواند به توسعه شایستگی‌های ضروری برای حل مسائلی که می‌توانند در دوره ابتدایی و متوسطه اول پرورش یابند، کمک کند. در این بخش پاسخ به سوال اول پژوهش را در بر می‌گیرد که چگونه دانش‌آموزان را برای دروس تلفیقی تشویق کنیم.

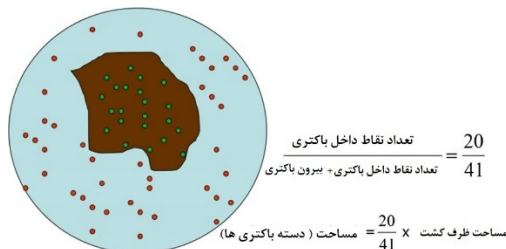
برای آموزش تلفیقی ریاضی و زیست بسیار تحت تأثیر ریاضیدان هلندی و نظریه پرداز آموزش ریاضیات، هانس فرودنتال<sup>۱</sup> قرار گرفته‌ام. کتاب «وجین و کاشت» او که در سال ۱۹۸۰ منتشر شد (FREUDENTHAL, 1980). به ویژه تأثیر عمیقی بر تدریس و تحقیق دوره خود داشت. تمرکز بر فعالیت‌های کلاس درس که از تجربیات روزمره دانش‌آموزان زیست‌شناسی تا فرآیند انتزاعی‌تر مدل‌سازی شکل می‌گیرد، بسیار با توصیه فرودنتال مطابقت دارد: «به فراگیران اجازه دهید بیابند.

بنابراین، هرم استدلال کمی در زیست‌شناسی بر فعالیت‌هایی که دانش‌آموزان درگیر آن‌ها هستند و تولید تجسم‌ها، آزمون‌ها و مدل‌های علمی که «مالک» آن‌ها هستند، تأکید می‌کند نه اشیاء از پیش تعیین‌شده که توسط مربیان یا نوعی سلسله‌مراتب یادگیری تجویزی از ساده به پیچیده است. برای همین به توسعه حرفه‌ای دانش در عمل (Kovalchuk et al., 2024)، بیشتر تمایل دارم.

سلسله مراتب از نظر فراشناخت ریاضی به جای امتیاز دادن به یک نوع فعالیت علمی بر دیگری است. به عبارت دیگر، هرم به معنای انعکاس فرآیندی است که در آن ساخت دانش‌آموزان از معنا در جهان از مفهومی، رویه‌ای به انتزاعی، رسمی رشد می‌کند، زیرا رشد بازتاب و تفسیر زمانی که دانش‌آموزان در «تفکر ریاضی» بیشتر مشارکت می‌کنند، رشد می‌کند. که آنها را تشویق می‌کند تا جنبه‌های خودانتقادی خلاقیت، اصالت، کنجکاوی و درون‌نگری را در آغوش بگیرند (FREUDENTHAL, 1980). در دوره متوسطه دوم راهنمایی فعالیت‌های دانش‌آموزی مرتبط اغلب شامل طرح مسائل، تولید داده‌ها، کمی کردن اطلاعات، ارائه راه‌حل‌ها و انتقال نتایج است. چند نمونه از چگونگی انجام این کار در ادامه توضیح داده شده است.

### الف) محاسبه مساحت کلنی باکتری

یک مثال ساده برای ایجاد انگیزه ارتباط بین ریاضیات و زیست‌شناسی نشان دادن تصویر یک کلنی باکتری در داخل یک ظرف پتری در زیر آمیکروسکوپ (نگاه کنید به شکل ۳) و سوالاتی مطرح می‌کنیم. سوال مساحت شکل کلنی باکتری را محاسبه کنید.



شکل ۴. محاسبه مساحت منطقه ای از دسته‌ای از باکتری‌ها

برای معلمان مدارس، این مشکل آسانی نیست، زیرا شکل کلنی اغلب به شکل استاندارد نیست که آنها از آن استفاده می‌کنند، مانند مستطیل، مربع یا دایره و غیره. اغلب شکل کلنی شکل هندسی نامنظمی دارد. که اغلب فرمول بسته‌ای را برای ناحیه

<sup>1</sup> H. Freudenthal

محاسباتی نمی‌پذیرد. معلمان جدیدالاستخدام موافقت کردند که توضیح فرآیند محاسبه منطقه ای به صورت مفهومی مفید خواهد بود.

هنگامی که معلمان مشاهده کردند که هندسه نامنظم است، از آنها خواسته شد تا با روش های مختلف برای محاسبه مساحت، خلاقانه با اندازه های مختلف ارائه دهند. یکی از راه‌هایی که به آنها کمک می‌کند تا به شبکه‌های قرن بیست و یکم با اندازه‌های متفاوت فکر کنند. با جابجایی کاغذ شطرنجی با تشکیل بزرگترین زیر گراف از کاغذهای شطرنجی به آنها اجازه می‌دهد تا تعداد تقریبی مربع‌هایی را که توسط شکل کلونی باکتری پوشانده شده است بشمارند. این بخش یکی از مهارت‌های قرن بیست و یکم یعنی خلاقیت را پرورش می‌دهد. همچنین به آنها کمک می‌کند تا نظریه پردازی کنند و به‌طور بالقوه فرموله کنند که چگونه می‌توان از این ایده برای پاسخ به سؤال زیر استفاده کرد.

سوال: چگونه می‌توان پاسخ را دقیق‌تر کرد؟

این به آنها اجازه می‌دهد انتقادی فکر کنند و بگویند که می‌توان با استفاده از یک صفحه نموداری که شبکه‌های ظریف‌تری دارد، بهتر عمل کرد و بنابراین می‌توانند تعداد مربع‌های کوچک تقریبی را که کلنی باکتری را می‌پوشاند، بشمارند. این فرآیند تجزیه و تحلیل و شبیه‌سازی برای بدست آوردن کاغذ نموداری ظریف و ظریف تر، مفهوم محدودیت‌ها یا مجموع ریمان را ایجاد می‌کند که دانش آموزان در مراحل بعدی یاد خواهند گرفت. از طریق این فعالیت، آنها قبلاً ایده ای در مورد فرآیند محدود کردن یک تقریب دارند و یاد می‌گیرند که چگونه مناطق اشکال مرتبط دیگر را اعتبارسنجی و احتمالاً پیش بینی کنند. تمرین آموزشی که در اینجا توضیح داده می‌شود همچنین موضوعات سطح بالاتری مانند ادغام مونت کارلو را تحریک می‌کند. اجازه دادن به آنها برای کار گروهی و ارائه کارشان دو مهارت دیگر قرن ۲۱ یعنی همکاری و ارتباط را نیز تقویت می‌کند.

ما توانسته‌ایم با کمک ریاضیات، محاسبه جالبی برای مساحت منطقه ای (یعنی دانستن سری و احساس نیاز به انتگرال) پیدا کنیم که با یک نمونه واقعی از کلنی باکتری‌ها متصل کردیم، ریاضیات تاکنون بیشتر متمرکز در کلاس‌های دانشگاهی بوده است. بنابراین چگونه می‌توان دانش آموزان را در کلاس‌های کوچکتر هیجان زده کرد؟

تصور کنید که دانش‌آموزان ظرف پتری و شکل کلنی باکتری را روی کاغذ مشخص کنند. آنها اکنون می‌توانند مداد خود را روی تصویری که ایجاد کرده اند بیندازند. هنگامی که سرب مداد به کاغذ برخورد می‌کند، برخی از نقاط تشکیل شده خارج از شکل نامنظم کلونی باکتری و برخی در داخل خواهند بود (شکل ۴ را ببینید).

برای به دست آوردن تخمینی از مساحت، تنها کاری که باید انجام دهید این است که با یافتن نسبت نقاطی که در داخل کلنی باکتری قرار دارند به کل نقاط پرتاب شده ضرب در مساحت پتری ظرف که یک دایره است، احتمال را محاسبه کنید. البته مانند قبل می‌توان با انداختن بسیاری از نقاط دیگر پاسخ را بهبود بخشید. آزمایش و دیدن آن برای دانش‌آموزان بسیار آسان است، زیرا با ایجاد نقاط بیشتر و بیشتر در شکل باکتری، تصویر شروع به سایه می‌کند.

مثال‌های متعددی در ریاضی زیستی هست که برای کلاس درس مناسب باشد. مثلاً کوزن<sup>۱</sup> (Cozzens, 2011) در ۲۰۱۱ از اصول تئوری گراف مانند نمودارهای فاصله، نمودارهای رقابتی، جعبه ای بودن و لبه های وزن دار برای کمک به دانش آموزان برای کشف زنجیره غذایی استفاده می‌کند. او علاوه بر کمک به دانش‌آموزان در درک اصول اکولوژیکی جامعه مانند تقسیم منابع به سوله‌ها و سطوح تغذیه‌ای، به آنها کمک می‌کند تا ببینند چگونه رقابت بین شکارچیان برای منابع غذایی مشترک و مکان‌هایی برای پرورش و محافظت از فرزندانشان می‌تواند جوامع را ساختار دهد. دانش‌آموزان با بررسی پایداری اکوسیستم‌ها در برابر تغییرات زیستی و فیزیکی، می‌توانند به مسائل جاری پیرامون حفظ تنوع زیستی رسیدگی کنند. هارتویگسن<sup>۲</sup> (۲۰۱۱) (Hartvigsen, 2011) همچنین قدرت تئوری گراف را به عنوان یک عدسی برای تجزیه و تحلیل شبکه‌های پیچیده مانند شبکه های غذایی پیچیده‌تر، جوامع گیاهی-گیاهخوار، تعاملات و تاثیر واکسیناسیون بر انتقال بیماری بررسی می‌کند. او دستورالعمل‌های صریح را برای استفاده از آمار با آی-گراف<sup>۳</sup> برای نمایش و تجزیه و تحلیل چنین شبکه‌های پیچیده ارائه می‌دهد.

<sup>1</sup> Cozzens

<sup>2</sup> Hartvigsen

<sup>3</sup> igraph

### ب) یافتن تعداد دوزهای واکسن مورد نیاز

فعالیت دیگری که به ایجاد انگیزه ارتباط بین ریاضیات و زیست‌شناسی کمک می‌کند که باعث درگیر کردن افراد در فعالیتی خواهد شد بیمارهای واگیردار است که به خاطر تماس منجر به گسترش یک بیماری شود. یکی از ساده‌ترین راه‌ها برای ایجاد تماس، دست دادن است.



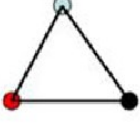
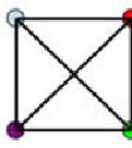
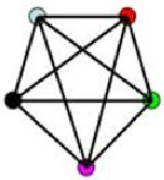
می‌توان از یک مدل‌سازی ریاضی استفاده کرد مثلاً شرکت کنندگان در یک کلاس خود را معرفی می‌کنند و با یکدیگر دست می‌دهند (که باعث انتقال بیماری می‌شود)، سپس از همه آنها بخواهیم بفهمند که چند دست دادن متمایز در کلاس اتفاق افتاده است. این مسئله به عنوان یک مثال معیار برای ایجاد انگیزه چندین مفهوم ریاضی مانند ترکیبات، تفاوت‌های محدود، سری‌های حسابی، سیستم‌های معادلات، و بسیاری موارد دیگر استفاده شده است (شکل ۵ را ببینید). این فعالیت همچنین برای نشان دادن اهمیت بازنمایی‌های چندگانه برای بیان راه‌حل‌ها از جمله گرافیکی، جدولی، کلامی، ملموس، تصویری و غیره استفاده شده است (Suh & Seshaiyer, 2016).

اگر تعداد افرادی که دست می‌دهند  $n$  باشد، می‌توان تعداد دست دادن‌هایی را که باید به صورت  $(n-1) + (n-2) + \dots + 3 + 2 + 1$  محاسبه شود، نشان داد که در آن نفر اول  $(n-1)$  دست‌های متمایز را دست خواهد داد، نفر دوم  $(n-2)$  دست‌های متمایز و... سپس می‌توان با کمک فرمول گاوس این عبارت را محاسبه کرد تا تعداد دست دادن‌ها به دست آید:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

توجه داشته باشید که اگر بخواهیم با استفاده از ترکیبیات، مسئله را به‌عنوان یک مسئله شمارش در نظر بگیریم، تمام کاری که باید انجام دهیم تا تعداد دست دادن‌های متمایز را محاسبه کنیم (از آنجایی که ترتیب مهم نیست)، به سادگی از بین  $n$  نفر دو نفر را انتخاب می‌کنیم که نتیجه یکسانی دارند.

جدول ۲ تعداد دست دادن‌های دانش‌آموزان

تعداد دانش‌آموزان	تعداد دست دادن‌های دو به دو	محاسبات
۱		۰
۲		۱
۳		$۳ = ۲ + ۱ = ۱ + ۲$
۴		$۶ = ۱ + ۲ + ۳ = ۳ + ۲ + ۱$
۵		$۱۰ = ۱ + ۲ + ۳ + ۴ = ۴ + ۳ + ۲ + ۱$

$$H_n = an^2 + bn + c$$

$$H_1 = a1^2 + b1 + c = 0$$

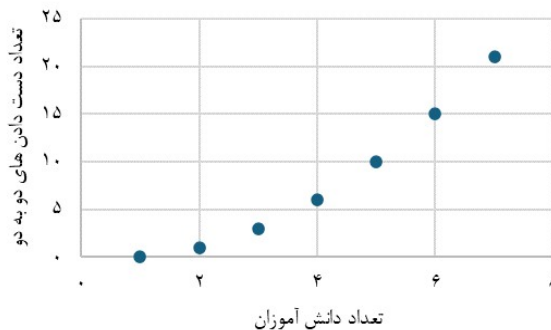
$$H_2 = a2^2 + b2 + c = 1$$

$$H_3 = a3^2 + b3 + c = 3$$

بنابر سه معادله بالا خواهیم داشت:  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ ,  $c = 0$ .

جدول ۳. تعداد دست دادن‌ها و تفاوت‌ها

$n$	$H_n$	تفاوت ردیف‌ها در ستون دوم	تفاوت ردیف‌ها در ستون سوم
۱	۰		
۲	۱	۱	
۳	۳	۲	۱
۴	۶	۳	۱
۵	۱۰	۴	۱
۶	۱۵	۵	۱
۷	۲۱	۶	۱



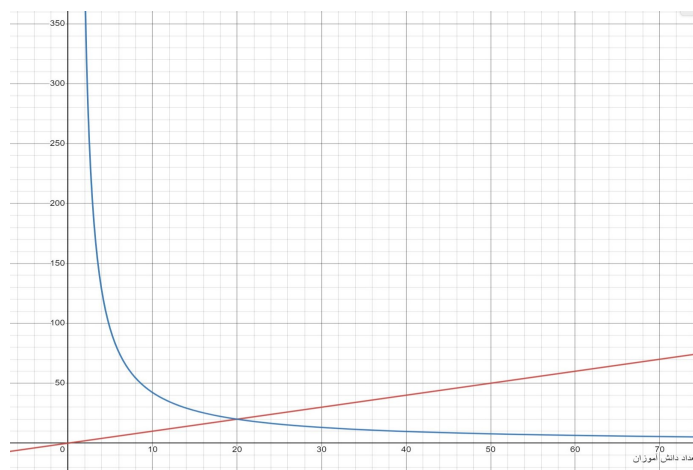
نمودار ۱. نمودار نمایشی دست دادن

حال چگونه می‌توان این فرمول ریاضی را به یک وضعیت بیولوژیکی متصل کرد؟

فرض کنید دانش آموزی در کلاس درس دارای یک بیماری واگیردار (مثلاً آنفولانزا) است که از طریق تماس (مثلاً دست دادن با دانش آموز دیگر) منتقل می‌شود و فرض کنید ما می‌توانیم تعداد کل تماس‌های متمایز (یا کل دست دادن‌ها) را ثبت کنیم، فرض کنید ۱۹۰ است. سپس چند دوز واکسن (یا واکسن آنفولانزا) برای جلوگیری از گسترش بیماری مسری نیاز داریم. به عبارت دیگر، مشکل پرسیدن تعداد دانش آموزان در کلاس است. در این مورد، می‌توان به سادگی با استفاده از معادله آن را حل کرد:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 190 \rightarrow n(n-1) = 380$$

این فرصتی است برای معلم تا راه‌های متعددی را برای تفسیر چنین معادلاتی نشان دهد. برای مثال، می‌توان این را به صورت  $n^2 - n - 380 = 0$  بازنویسی کرد و از یک رویکرد جبری برای یافتن ریشه‌های یک معادله درجه دوم استفاده کرد. یک راه خلاقانه برای حل این است که از یک رویکرد حسابی استفاده کنید و عددی را شناسایی کنید که مربع کامل آن بسیار نزدیک به ۳۸۰ باشد و سپس عدد  $n = 20$  بسیار آسان است. همچنین می‌توان با ترسیم نمودارهای خط  $y = x$  و تابع  $y = \frac{380}{x-1}$  از یک رویکرد گرافیکی برای یافتن نقطه تقاطع برای  $x > 1$  استفاده کرد (شکل ۵ را ببینید).



شکل ۵. رویکرد گرافیکی

در حالی که مشکل محاسبه تعداد دانش‌آموزان برای تعیین تعداد دوزهای مورد نیاز واکسن ممکن است یک وضعیت بیولوژیکی مصنوعی باشد، چندین کاربرد معتبر وجود دارد که در آنها چنین محاسباتی برای مثال در تئوری کدگذاری، طراحی تجربی و توالی‌یابی DNA بسیار مهم می‌شوند. مشکل دست دادن نیز برای ایجاد انگیزه برای یادگیری فعال در کلاس استفاده شده است (Ellerton, 2013).

همچنین می‌تواند به عنوان فعالیتی برای دادن فرصت به معلمان برای درگیر شدن در پنج شیوه آموزشی مهم از طریق بحث‌های ریاضی سازنده استفاده شود که پاسخ سوالات پژوهش را نیز در برمی‌گیرد (Boada et al., 2024; Stein et al., 2008; Suh & Seshaiyer, 2016). این شیوه‌ها در این مثال‌ها عبارتند از:

- پیش‌بینی که به معلمان کمک می‌کند تا برای تصورات غلطی که معمولاً در کلاس می‌توان انتظار داشت، آماده شوند. به عنوان مثال، تصور غلط رایجی که معلمان باید پیش‌بینی کنند، پاسخ دست دادن برخی دانش‌آموزان است که دو برابر تعداد افراد است. این به این دلیل اتفاق می‌افتد که یک فرض خودکار وجود دارد که مثلاً در یک گروه سه نفره، هر نفر دو دست (از دیگران) را می‌فشرود. یک رویکرد کلاسیک برای اصلاح فوری دانش‌آموزان این است که از آنها بخواهیم دست دادن را انجام دهند و بلافاصله این تصور غلط روشن می‌شود.

- نظارت که یک عمل آموزشی مهم است تا آموزش آنها بیشتر دانش آموز محور باشد تا معلم محور. این شامل راه رفتن معلم در اطراف کلاس برای شناسایی و نظارت بر انواع رویکردها یا بحث‌هایی است که در کلاس اتفاق می‌افتد. به عنوان مثال، تشخیص چگونگی حل متفاوت مسئله از جمله تصویری، گرافیکی، کلامی، ملموس یا جبری. جدول ۲ را ببینید.

- انتخاب مرحله‌ای است که بسیار مهم است زیرا معلم باید تصمیم بگیرد که ترتیب خاصی از رویکردهای مورد بحث را انتخاب کند. اگر ابتدا رویکرد جبری با یک فرمول بدون هیچ انگیزه‌ای مورد بحث قرار گیرد، در واقع ممکن است هدف شکست خواهد خورد. بنابراین معلم باید رویکردهایی را که در مرحله بعد به دانش‌آموزان منتقل می‌شود، شناسایی و انتخاب کند، تا همه در کلاس راه‌حل را درک کنند. این همچنین می‌تواند شامل احترام به سبک‌های مختلف یادگیری در کلاس از جمله شنوایی، دیداری و حرکتی باشد.

- ترتیب بندی زمانی است که معلم از رویکردهایی که در مرحله قبل انتخاب و شناسایی شده است استفاده می‌کند و آنها را به ترتیب برای ارائه به دانش‌آموزان قرار می‌دهد. به عنوان مثال، این زمانی است که دانش‌آموزانی که نمایش تصویری داشتند که برای همه دانش‌آموزان به راحتی قابل درک است، ممکن است ابتدا بحث شود و کشف شود. از فرمول جبری، به عنوان مثال، تعداد دست دادن،  $\frac{n(n-1)}{2}$  می‌توان در آخر بحث کرد.

- ارتباط مرحله نهایی است که در آن نقش تسهیل کننده معلم مهم می شود، جایی که آنها نه تنها راه حل های مختلف ارائه شده توسط دانش آموزان را به هم مرتبط می کنند، بلکه می توانند کار را برای تفسیر مسئله بیولوژیکی که انگیزه ریاضیات را برانگیخته است، به هم مرتبط کند.

این پنج روش به معلمان راهنمایی مشخصی برای درگیر کردن دانش آموزان در بحث های سازنده ارائه می دهد که باعث می شود ریاضیات در کلاس های درس برای همه شفاف شود. اطمینان از اینکه دانش آموزان این فرصت را دارند تا به صورت ریاضی استدلال کنند، نه تنها به درک بهتر محتوا منجر می شود، بلکه به آنها کمک می کند تا ارتباط بهتری با برنامه های کاربردی دنیای واقعی داشته باشند که ممکن است انگیزه بیولوژیکی داشته باشند.

### تجربه پژوهشی برای معلمان دبیرستان

یکی از مکانیسم های مشارکت معلمان جدیدالورود در تحقیقات مربوط به زیست شناسی ریاضی، از طریق برنامه تجربیات تحقیقاتی برای درس کارورزی است که تشویق این معلمان برای اجرای پروژه در کلاس درس به عنوان نمره امتیازی برای درس کارورزی آنها بوده است. که می توانیم یک برنامه منسجم شامل فعالیت هایی برای تسهیل توسعه حرفه ای معلمان ریاضیات و زیست شناسی مدارس ایجاد کنیم. در این بخش، تجربه یکی از معلمان جدیدالورود را که در این دوره در تجربه تحقیقاتی شرکت کرده است، شرح می دهیم. البته باید ذکر کرد بعضی از این پروژه ها مستلزم داشتن آزمایشگاه و واحد درسی تحقیقت برای دانش آموزان است که در مدارس خاص از آن جمله مدارس فرزنانگان و حلی امکان پذیر است که معلم ما در مدرسه فرزنانگان اصلی مشغول به کار بوده است.

از آنجا که پیشگیری بهتر از درمان است از نظر سلامتی فردی و همچنین هزینه کمتری بر دوش جامعه قرار می دهد یکی از راه های محاسبه سرعت، نرخ جریان و کشش چسبناک در شریان ها زمانی که گرادیان فشار مشخص باشد را بررسی می کنیم. بسته به اینکه شریان مغزی و یا قلبی باشد، بروز سکتة مغزی یا قلبی پیشگیری کرده باشیم (Womersley, 1955).

آزمایش های مک دونالد<sup>1</sup> و همکارانش (۱۹۵۳) به روایت وامرسلی (۱۹۵۵) (Womersley, 1955) نشان داده اند که در شریان های بزرگ تر خرگوش و سگ، جریان معکوس وجود دارد. اندازه گیری گرادیان فشار یک تاخیر فاز بین گرادیان فشار و جریان را تا حدودی مشابه با تاخیر فاز بین ولتاژ و جریان در یک هادی حامل جریان متناوب نشان داد، که روش ساده ریاضی ارائه شده در زیر شباهت های زیادی دارد. با تئوری توزیع جریان متناوب در یک هادی با اندازه محدود دارد.

حل معادله حرکت، ما یک لوله دایره ای به طول  $l$ ، شعاع  $R$  را در نظر می گیریم که با یک مایع چسبناک با چگالی  $\rho$  و ویسکوزیته  $\mu$  پر شده است. همچنین به کمیت  $v = \mu/\rho$ ، ویسکوزیته سینماتیکی نیاز داریم (مانند جریان خون). برای روشن شدن آنچه باید دنبال شود، راه حل در هر مرحله با محلول معروف پویزویلی<sup>۲</sup> که با جریان ثابت مقایسه خواهد شد. در جریان ثابت، اگر  $p_1$  و  $p_2$  فشارهای انتهای لوله باشند، گرادیان فشار  $(p_1 - p_2)/l$  است. اگر  $w$  سرعت طولی مایع در نقاطی با فاصله  $r$  از محور لوله باشد، معادله حرکت مایع است.

$$\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{p_1 - p_2}{\mu l} = 0 \quad (1)$$

با محاسبه سرعت خواهیم داشت :

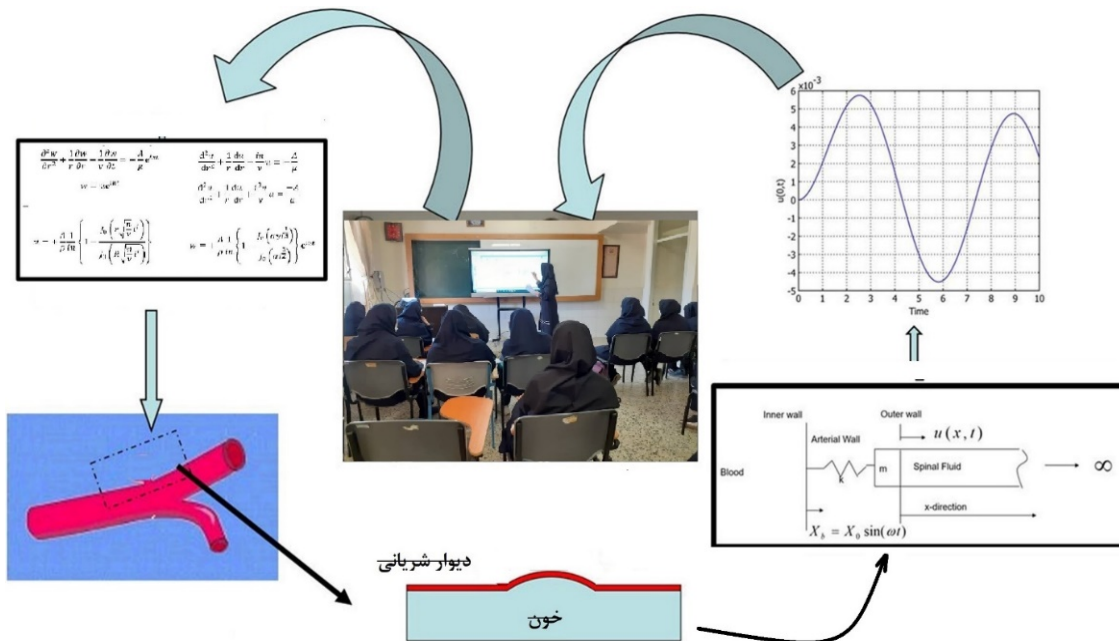
$$w = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2)$$

به عنوان یک معلم دبیرستان، دلایل من برای شرکت در برنامه تجربیات پژوهشی برای معلمان این بود که دانش خود را به عنوان یک حرفه ای در زمینه تدریس بهبود بخشم و پایگاه دانش خود را گسترش دهم تا پاسخ به این سوال را بدهم، "چه زمانی قرار است از کاربردهای ریاضی استفاده کنم؟" برنامه تحقیقاتی این دوره واقعاً یک بررسی گسترده از زمینه های موجود در ریاضیات به من داد و قطعاً درک من را افزایش داده است. این نقل قول از یکی از شرکت کنندگان در این برنامه تحقیقاتی بود که بر مدل سازی

<sup>1</sup> McDonald and Helps

<sup>2</sup> Poiseuille

محاسباتی سیستم‌های بیولوژیکی، زیست‌الهام‌گرفته و مهندسی متمرکز بود. به طور خاص، این معلم دبیرستان درگیر یادگیری در مورد دینامیک غیر خطی شده است.



شکل ۷. یک سیستم بیولوژیکی

معلم ریاضی چون در دوره دبیرستان خود تجربی بوده و اطلاعات زیستی خوبی داشته با انگیزه از یک سیستم بیولوژیکی شروع کرد. به طور خاص، او می‌خواست در مورد پویایی بافت‌های نرم بیولوژیکی در بدن بیشتر بیاموزد زیرا می‌خواست آن را با آنچه در دبیرستان تدریس می‌کرد از جمله میدان‌های شیب‌دار، معادلات دیفرانسیل و مدل‌سازی مرتبط کند.

او خاطرنشان کرد که این یک برنامه کاربردی از محاسبه انتگرال است که او به طور معمول در حساب دیفرانسیل و انتگرال آموزش می‌دهد و هیجان زده بود که آن را به آن بازگرداند. دبیرستان. ارتباط دیگر این بود که چگونه معادلات با استفاده از تعریف شیب گسسته شدند و اینکه این معادلات گسسته شده با حل یک سیستم معادلات خطی با استفاده از ماتریس‌ها شبیه‌سازی شدند، مفهوم دیگری که او در دبیرستان تدریس کرد. مهارت‌های تازه به دست آمده او شامل برنامه نویسی با استفاده از متلب<sup>۱</sup> برای شبیه‌سازی معادلات و اعتبار سنجی راه حل بود. در نهایت، او برای اجرای مرحله پیش‌بینی مدل ریاضی هیجان‌زده شد که به تقویت مدل و افزایش درک او از کل فرآیند مدل‌سازی ریاضی کمک کرد.

موضوعاتی که معلم در طول کار تحقیقاتی در معرض آنها قرار گرفت شامل ریاضیات سطح دانشگاه از جمله سری فوریه و تبدیل لاپلاس از کلاس معادلات دیفرانسیل، محاسبه مقادیر ویژه و تعیین کننده‌ها برای مطالعه پایداری از کلاس جبر خطی و مدل‌سازی معادلات حرکت از یک مدل‌سازی ریاضی بود. با این حال، او می‌توانست این مفاهیم کلیدی را به کلاس درس خود بازگرداند و دانش‌آموزان را در این موضوعات سطح بالاتر درگیر کند، چون بخشی از این مفاهیم در سطح دانشگاه بوده است خواسته شد که با معلمین دیگر به اشتراک بگذارد زیرا مفاهیمی مانند زمینه‌های سرعت خون در شریان‌ها با روش اوایلر و توابع دوره‌ای را آموزش می‌داد. این مفاهیم سطح بالاتر از مدرسه در کارهای سشاییر<sup>۲</sup> (Seshaiyer & Lenhart, 2020) و همکارانش که در ۲۰۲۰ انجام

<sup>1</sup> Matlab

<sup>2</sup> Seshaiyer and Lenhart

پذیرفته، بیان شده است که باعث ایجاد انگیزه در معلم برای رشد دانشی خود و در دانش آموز برای کاربردی بودن دانش خود و بروز بودن آن است و همچنین دانش آموز را به دروس میان رشته‌ای بیشتر سوق خواهد داد که یک نگاه جهانی به علوم است. به دنبال تجربه پژوهشی، پس ما یک مطالعه درس جدید را انجام دادیم که در آن معلم توانست با سایر معلمان مدرسه خود در یک چرخه کامل برنامه ریزی مشارکتی درگیر شود: مطالعه برنامه درسی و مواد درسی، آموزش و مشاهده. یک درس تحقیقی و جمع بندی پس از درس (Suh & Seshaiyer, 2015). به طور خاص، معلم توانست یک طرح درس مبتنی بر پروژه ایجاد کند که در آن می‌توانست بیشتر بخش‌های مختلف پروژه را در کلاس خود بیاورد، زمانی که موضوعات مختلف از جمله مثلثات، حرکت مستطیلی، یکپارچه‌سازی و معادلات قابل تفکیک در حساب دیفرانسیل و انتگرال را تدریس می‌کرد. از طریق این رویکرد آموزشی، دانش‌آموزان درگیر مفاهیم سطح بالاتری در حساب دیفرانسیل و انتگرال بودند که با زیست‌شناسی بافت‌های نرم مرتبط بود. معلم گفت: «من همچنین توانستم شیوه‌های آموزشی خود را از طریق این تجربه در گنجاندن مؤثر موضوعات تحقیق زیست‌شناسی ریاضی در تدریس خود تقویت کنم. به طور خاص، من توانستم این کار را با تقویت طرح‌های درسی موجود با سؤالات باز انجام دهم که به دانش‌آموزان اجازه می‌دهد بررسی کنند که چرا و چیزهایی را یاد می‌گیرند، کلاس‌هایم را با رویکردهای یادگیری فعال اضافی با پرسش‌های مبتنی بر پرس‌وجو تطبیق می‌دهم تا با مشکل دنیای واقعی ارتباط برقرار کنم و از دانش‌آموزان بخواهم در مورد ارتباط بین محتوایی که در حساب دیفرانسیل و انتگرال یاد می‌گیرند با کاربردهای زیستی فکر کنند.»

این کار به وضوح بر اهمیت تقویت یکپارچگی تحقیقات بین رشته‌ای در علوم ریاضی برای کمک به توضیح مکانیسم‌های بیولوژیکی بنیادی زیربنای مشکلات دنیای واقعی تأکید می‌کند و در نتیجه اثربخشی آموزش و یادگیری ریاضیات در مقطع کارشناسی و دبیرستان را افزایش می‌دهد (Brown et al., 2024). چنین تحقیقاتی به طور خودکار فرصت‌هایی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا به دنبال حوزه‌هایی باشند که شکاف بین علوم ریاضی و بیولوژیکی را پر می‌کند.

### بحث و نتیجه‌گیری

این مقاله بر اهمیت ارتباط ریاضیات و زیست‌شناسی در برنامه درسی، از متوسطه تا مقطع کارشناسی، برای آماده‌سازی دانش‌آموزان برای برنامه‌های کاربردی دنیای واقعی و پرورش علاقه آن‌ها به مشاغل در تلفیق این رشته‌ها تأکید می‌کند که همسو با تحقیقات بران و همکارانش (۲۰۲۴) (Brown et al., 2024) می‌باشد. بنابر سوال اول پژوهش ما نشان دادیم که چگونه ترکیب مدل‌سازی ریاضی می‌تواند به تقویت شیوه‌های آموزشی برای معلم و بهبود یادگیری دانش‌آموز کمک کند. این نه تنها به سازماندهی بحث‌های ریاضی سازنده در کلاس کمک می‌کند، بلکه به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا در مورد ماهیت بین رشته‌ای با مشاهده زیست‌شناسی، ریاضی را بیاموزند که می‌تواند علاقه آن‌ها را برای دنبال کردن مشاغل و تحقیق در رابط ریاضی و زیست‌شناسی برانگیزد.

با بررسی چرخه‌های مدل‌سازی، فرم مناسب برای این درس میان رشته‌ای بنابر مقالات بلوم ۲۰۰۷، روبوا ۲۰۰۹، پرهیزگار ۲۰۲۰، بوادا ۲۰۲۴ و بران ۲۰۲۴ (Abassian et al., 2020; Blum & Leiss, 2007; Boada et al., 2024; Brown et al., 2024; Parhizgar, 2024) در نظر گرفته شده است. پس از معرفی کوتاه این چرخه مدل‌سازی که شامل مشاهده، نظریه پردازی، فرمول‌بندی، تجزیه و تحلیل، شبیه‌سازی، اعتبارسنجی و پیش‌بینی است برخی از فعالیت‌های مدل‌سازی ساده‌ای را ارائه کردیم که می‌تواند در کلاس درس با دانش‌آموزان برای ایجاد انگیزه در پدیده‌های زیستی مانند تنوع زیستی یا جنبه‌های دیگر استفاده شود که می‌تواند به‌طور مجزا از طبیعت مدل‌سازی شود.

برای پاسخ به سوال دوم و سوم پژوهش ما همچنین برخی از نمونه فعالیت‌های کلاس درس و تجربیات پژوهشی را برای معلمان مورد بحث قرار دادیم که چارچوب‌های آموزشی متنوعی از جمله یادگیری مبتنی بر مسئله، یادگیری حل مسئله مبتنی بر پروژه، شیوه‌های آموزشی مؤثر (پیش‌بینی، نظارت، انتخاب، ترتیب و اتصال)، درک را برمی‌انگیخت. سبک‌های یادگیری (شنیداری، بصری و جنبشی)، بازنمایی‌های چندگانه در حل مسئله (کلامی، ملموس، گرافیکی، تصویری، جدولی، جبری) و مطالعه درس (تحقیق،

طرح، ارائه، توضیح) به کار گرفته‌ایم که با نتایج بدست آمده از تحقیقات فریور و همکاران در ۲۰۰۷ (Farrior et al., 2008)، داوس<sup>۱</sup> و همکاران در ۲۰۲۰ (Dawes et al., 2020) و کووالچکو در ۲۰۲۴ (Kovalchuk et al., 2024) همسو می‌باشد. به کارگیری چنین شیوه‌هایی در کلاس نه تنها به ارائه مطالب به دانش آموزان به شیوه‌ای هیجان انگیز کمک می‌کند، بلکه به معلمان اجازه می‌دهد تا دانش آموزان را با محتوا به شیوه‌ای معنادار درگیر کنند (Bodine et al., 2014). به طور خاص، ما به تقویت مهارت‌ها و شایستگی‌هایی از جمله ارتباطات، همکاری، تفکر انتقادی و خلاقیت کمک می‌کند (Brown et al., 2024; Parhizgar et al., 2017; Šorgo, 2010).

برای تقویت و تبیین نظام آموزشی و عنصر محتوای برنامه درسی به چند پیشنهاد مهم اشاره می‌شود:

۱. تلفیق دروس ریاضی و زیست‌شناسی: پیشنهاد می‌شود که برنامه‌های درسی به گونه‌ای طراحی شوند که ریاضیات و زیست‌شناسی به صورت همزمان ادغام شوند. این ادغام می‌تواند از طریق پروژه‌های میان‌رشته‌ای و فعالیت‌های عملی که نیاز به استفاده از مدل‌سازی ریاضی در تحلیل مسائل زیست‌شناسی دارند، صورت گیرد. برای توسعه برنامه درسی می‌توان در برنامه‌های بین‌المللی مانند کنفرانس‌ها مشارکت کرد، که تبادل این دیدگاه‌های بین‌المللی منجر به درک عمیق‌تری از روش ادغام و گنجاندن مؤثر مدل‌سازی ریاضی در برنامه درسی خواهد شد.

۲. توسعه مهارت‌های معلمین: برگزاری کارگاه‌های آموزشی و دوره‌های توسعه حرفه‌ای برای معلمان به منظور آشنایی با روش‌های نوین تدریس و مدل‌سازی ریاضی ضروری است. این کارگاه‌ها باید شامل تمرینات عملی و ارائه ابزارهایی برای تلفیق مطالب ریاضی در تدریس زیست‌شناسی باشند.

۳. ایجاد محیط‌های یادگیری مشارکتی: طراحی فضاهای آموزشی که در آن دانش‌موزان بتوانند به صورت گروهی به حل مسائل بپردازند و از تجرب یکدیگر بهره‌مند شوند، می‌تواند به افزایش انگیزه وگیری عمیق‌تر آن‌ها کمک کند. استفاده از فناوری‌های روز و ابزارهای آنلاین برای تسهیل این فرآیند نیز پیشنهاد می‌شود.

۴. استفاده از مدل‌سازی ریاضی به عنوان ابزاری یادگیری: باید بر اهمیت مدل‌سازی ریاضی به عنوان یک ابزار یادگیری تأکید شود. معلمان باید تشویق شوند که به جای صرفاً تدریس مفاهیم، به دانش‌آموزان کمک کنند تا خود به کشف و ساخت مدل‌ها بپردازند. برای مثال، می‌توان سعی کرد با باشگاه ریاضیدانان جوان که یک مرکز نیمه خصوصی در کشور است را درگیر نمود. معمولاً این مستلزم ایجاد ارتباط با معلمی است که چنین باشگاهی را رهبری می‌کند. این ایده‌های مدل‌سازی می‌تواند برای فعالیت‌های باشگاه ریاضی به خوبی کار کند. چالش مدل‌سازی ریاضی مت-ورک<sup>۲</sup>، مسابقه‌ای برای دانش‌آموزان دبیرستانی که توسط موسسات (مانند آینده‌گان، دانش پژوهان و...) برگزار می‌شود، راه خوبی برای آموزش دادن به دانش‌آموزان و معلمان آن‌ها در مورد مدل‌سازی است.

۵. ارزیابی و بازخورد مستمر: ایجاد یک سیستم ارزیابی که بر مبنای یادگیری عمیق و مشارکت فعال دانش‌آموزان باشد، می‌تواند به بهبود فرآیند یاددهی و یادگیری کمک کند. همچنین، ارائه بازخورد مستمر و سازنده به دانش‌آموزان می‌تواند انگیزه آن‌ها را برای یادگیری افزایش دهد. برای این منظور با ایجاد وب سایت‌هایی برای برگزاری مسابقات و قرار دادن منابع در سطح دانش آموزان به تفکیک پایه تحصیلی و در سطح معلمین می‌توان آن‌ها را به فعالیت ترغیب کرد.

با توجه به بررسی‌های حاضر مشاهده می‌شود که مدل‌سازی بستری عالی برای ریاضی‌دانان و مربیان ریاضی فراهم می‌کند تا با هم کار کنند تا هم آموزش و هم محتوای مورد نیاز برای ادغام ریاضیات و زیست‌شناسی برای ایجاد انگیزه در حل مسئله ارائه کنند. این پیشنهادات می‌توانند عنوان راهکارهایی برای تقویت نظام آموزشی و محتوای برنامه درسی در راستای تلفیق ریاضی و زیست‌شناسی مورد استفاده قرار گیرند و به بهبود کیفیت آموزش در این حوزه کمک کند.

<sup>1</sup> Dawes, A.

<sup>2</sup> MathWorks

## پشتیبانی مالی

پژوهشگر(ان) هیچ گونه حمایت مالی دریافت نکرده‌اند.

## اعلام تعارض منافع

در ارتباط با این پژوهش مستخرج از هیچ طرح پژوهشی نیست. از هیچ منابع مالی استفاده نشده است. با قوانین دانشگاه فرهنگیان تعارض منافع ندارد.

تمام دانش‌آموزان و معلمان و دانشجو معلمان از انجام این تحقیق مطلع بوده و با رضایت در نظرسنجی‌ها شرکت کرده و انجام تکالیف و پروژه‌ها در نمرات اصلی آنها اثری نداشته و همچنین در ارزشیابی معلمان اثری نداشته است.

## سپاسگزاری

نویسنده مقاله از شرکت کنندگان برای همکاری و صرف زمان سپاسگزاری می‌نماید.

## References

- Abassian, A., Safi, F., Bush, S., & Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning*, 12(1), 53-65.  
<https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360>
- Anhalt, C. O., & Cortez, R. (2014). Mathematics Education as a Mathematicians Research Area: An Invitation for Collaboration. *Notices of the AMS*, 65 .(8)
- Bazoobandi, M. H., Danesh, M., & Bakhtiari, A. (2023). Comparison of Teacher Training Internship in Farhangian University (Iran) with Harvard University and Missouri Southeast University (USA). *Iranian Journal of Comparative Education*, 6(3), 2658-2692 .
- Berry, J. (1996). Written reports. *Mathematics learning and assessment: Sharing innovative practices* .
- Blum, W., & Leiss ,D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems. *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics*, 222-231 .
- Boada, Y., Flores, F. J., & Vignoni, A. (2024). Integrating mathematical modeling into synthetic biology education: a comprehensive approach through webinars and syllabus development. *Frontiers in Education* ,
- Bodine, E. N., Lenhart, S., & Gross, L. J. (2014). *Mathematics for the life sciences*. Princeton University Press .
- Brown, J. P., Stillman, G. A., Galbraith, P. L., & Ng, K. E. D. (2024). Mathematical Modelling of Real-World Phenomena. In C. Mesiti, W. T. Seah, B. Kaur, C. Pearn, A. Jones, S. Cameron, E. Every, & K. Copping (Eds.), *Research in Mathematics Education in Australasia 2020–2023* (pp. 29-57). (Springer Nature Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-97-1964-8\\_3](https://doi.org/10.1007/978-981-97-1964-8_3)
- Chiel, H. J., McManus, J. M., & Shaw, K. M. (2010). From biology to mathematical models and back: Teaching modeling to biology students, and biology to math and engineering students. *CBE—Life Sciences Education*, 9(3), 248-265 .
- Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (2001). Beyond certainty: Taking an inquiry stance on practice. *Teachers caught in the action: Professional development that matters*, 45-58 .
- Cozzens, M. (2011). Food webs ,competition graphs, and habitat formation. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 6(6), 22-38 .
- Dawes, A. T., Eisenberg, M., & Seshaiyer, P. (2020). Understanding the Rules of Life Summit (NSF) .
- Duncan, S. I., Lenhart, S., & Sturner, K. K.(2014) .Measuring biodiversity with probability. *The Mathematics Teacher*, 107(7), 547-552 .
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational studies in mathematics*, 83, 87-101 .

- Farrior, D., Hamill, W., Keiser, L., Kessler, M., LoPresti, P., McCoy, J., Pomeranz, S., Potter, W., & Tapp, B. (2008). Interdisciplinary lively application projects in calculus courses. *Journal of STEM Education* .(۳)<sup>۱</sup> ,
- Farrokhi, A., & Akbarpour, M. (2020). Overview of the IBSE Research Teaching Method in Biology Education of Specialized Scientific. *Journal of Research in Biology Education, University of Farhangian*, 2(6), 86-77 (Persian). <https://doi.org/dor.20.1001.1.27172252.1399.2.2.6.5>
- FREUDENTHAL, H. (1980). Weeding and Sowing: Preface to a Science of Mathematics Education (Dordrecht, The Netherlands/Boston, MA: Reidel) .
- Goldstein, H. (2007). The Future of Statistics Within the Curriculum. *Teaching statistics*, 29(1) .
- Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F.-L., & Ohtani, M. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15, 105-123 .
- Hartvigsen, G .(۳۰۱۱) .Using R to build and assess network models in biology. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 6(6), 61-75 .
- Hendrick, C. W., & Tilbury, K. B. (2024). A Comprehensive Approach to Modeling Dynamic Biological Systems: Enhancing Critical Thinking and Mathematical Problem-Solving in Biomedical Engineering Education. 2024 ASEE Annual Conference & Exposition ,
- Kot, M. (2001). *Elements of mathematical ecology*. Cambridge University Press .
- Kovalchuk, V., Chekaniuk, K., Volch, I., & Mykhailyshyn, H. (2024) .(Models Of Professional Development For Biology Teachers In The Context Of Social Changes. SOCIETY. INTEGRATION. EDUCATION. Proceedings of the International Scientific Conference ,
- Liu, M., & Liljedahl, P. (2019). Chapter 12: Flow and Modelling. *Affect in mathematical modeling*, 273-295 .
- Mayes, R., Long, T., Huffling, L., Reedy, A., & Williamson, B. (2020). Undergraduate Quantitative Biology Impact on Biology Preservice Teachers. *Bulletin of Mathematical Biology*, 82(6), 63. <https://doi.org/10.1007/s1-۰۰۷۴۰-۰۲۰-۱۰۳۱۷>
- Mehr mohammadi, M., & Lotfali, A. (2001). The nature of teaching and its aesthetic dimensions. *Teacher of Humanities*, 42-58 (Persian). <https://sid.ir/paper/357079/fa>
- Mu, S. (2024). Research on Teaching Methods Based on Mathematical Modeling and Their Applications. *Journal of Computer Technology and Electronic Research*, 1(2) .
- NBT. (2024). Professional Development Conference. *Anaheim Marriott Hotel ,Anaheim, CA, November 14-17*(1). <https://nabt.org/Events-2024-Conference>
- Nikolić, N., & Antonijević, R. (2024). Problem-Solving in Biology Teaching: Students' Activities and Their Achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(4), 765-785. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10407-5>
- Odenbaugh, J. (2006). The strategy of “The strategy of model building in population biology”. *Biology and Philosophy*, 21(5), 607-621 .
- Parhizgar, Z., Alamolhoda, H., & Jabbari Noghani, M. (2017). The potential of teaching modelling problems in the national curriculum for changing students' attitude towards mathematics. *Two Quarterly Theory and Practice in the Curriculum*, 5(0), 162-167(Persian). <http://cstp.khu.ac.ir/article-1-2705-fa.html>
- Parhizgar, Z., jabbari Noghani, M., & Alamolhoda, H. (2020). The Impact of Mathematical Modeling Issues on Student Experience Experience. *Quarterly Educational Innovation Journal*, 99(73), 127-157(Persian). <https://doi.org/10.22034/jei.2020.107718>
- Parhizgar, Z., & Liljedahl, P. (2019). Chapter 10: Teaching modelling problems and its effects on students' engagement and attitude toward mathematics. *Affect in mathematical modeling*, 235-256 .
- Reed, M. C. (2004). Why is mathematical biology so hard. *Notices of the AMS*, 51(3), 338-342 .

- Robeva, R., & Laubenbacher, R. (2009). Mathematical biology education :beyond calculus. *Science*, 325(5940), 542-543 .
- Rossi, P. H., Lipsey, M. W., & Henry, G. T. (2018). *Evaluation: A systematic approach*. Sage publications .
- Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M., & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational studies in mathematics*, 79, 215-237 .
- Seshaiyer, P., & Kappmeyer, K. (2016). Transforming practices in mathematics teaching and learning through effective partnerships. *Mathematics education: A spectrum of work in mathematical sciences departments*, 105-120 .
- Seshaiyer, P., & Lenhart, S. (2020). Connecting with teachers through modeling in mathematical biology. *Bulletin of Mathematical Biology*, 82(8), 98 .
- Simpson, E. H. (1949). Measurement of diversity. *nature*, 163(4148), 688-688 .
- Šorgo, A. (2010). Connecting biology and mathematics: first prepare the teachers. *CBE—Life Sciences Education*, 9(3), 196-200 .
- Stein, M. K., Engle, R. A ., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, 10(4), 313-340 .
- Suh, J., & Seshaiyer, P. (2015). Examining teachers' understanding of the mathematical learning progression through vertical articulation during lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 207-229 .
- Suh, J. M., & Seshaiyer, P. (2016). *Modeling mathematical ideas: Developing strategic competence in elementary and middle school*. Rowman & Littlefield .
- Svoboda, J., & Passmore, C. (2013). The strategies of modeling in biology education. *Science & Education*, 22, 119-142 .
- Weisstein, A. E. (2011). Building mathematical models and biological insight in an introductory biology course. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 6(6), 198-214 .
- Womersley, J. R. (1955). Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. *The Journal of physiology*, 127(3), 553 .